ĐƯỜNG TIỆM CẬN

1. Tóm tắt lý thuyết

1.1. Tiệm cận đứng

Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C). Đường thẳng x=a là đường tiệm cận đứng của (C) nếu một trong bốn điều kiện sau được thoả mãn:

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = -\infty$$

1.2. Tiệm cận ngang

Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C). Đường thẳng y = b là tiệm cận ngang của (C) nếu:

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = b$$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = b$$

1.3 Chú ý

Đồ thị hàm đa thức không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang, do đó trong các bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm đa thức, ta không cần tìm các tiệm cận này.

2. Bài tập minh hoạ

2.1. Dạng 1: Tìm tiệm cận đứng của hàm số

Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-x}{9-x^2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $9 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$

$\lim\limits_{x\to -3^-} \dfrac{2-x}{9-x^2} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2-x}{9-x^2} = +\infty$ nên $x = \pm 3$ là tiệm đứng của đồ thị hàm số.

2.2. Dạng 2: Tìm tiệm cận ngang của hàm số

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ta có:

$$\lim_{x\to -\infty} y = \lim_{x\to -\infty} \frac{2x-1}{x+2} = 2$$

$$\lim_{x\to +\infty} y = \lim_{x\to +\infty} \frac{2x-1}{x+2} = 2$$

Vậy đường thẳng y=2 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$

3. Luyện tập

3.1. Bài tập tự luận

Câu 1: Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số:

a) $y=\frac{x}{2-x}$.

b) $y=\frac{-x+7}{x+1}$.

Câu 2: Tìm các tiệm cận đứng và ngang của đồ thị mỗi hàm số sau:

a) $y=\frac{2x-1}{x+2}$

b) $y=\frac{3-2x}{3x+1}$

c) $y=\frac{5}{2-3x}$

Câu 3: Tìm các tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số sau:

a) $y=\frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$

b) $y=\frac{x^2+3x}{x^2-4}$

c) $y=\frac{2-x}{x^2-4x+3}$

Câu 4: a) Cho hàm số $y=\frac{3-x}{x+1}$ có đồ thị H (H.1.1)

Chỉ ra một phép biến hình biến (H) thành (H') có tiệm cận ngang y=2 và tiệm cận đứng x=2.

b) Lấy đối xứng (H') qua gốc O, ta được hình (H''). Viết phương trình của (H'').

3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{2x-1}$?

A. y = 1.

B. $y=\frac{3}{2}$.

C. $y=\frac{1}{2}$.

D. $y=\frac{1}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1

B. 3

C. 5

D. 6

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{2x+\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ có đồ thị (C). Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đường y = 2 là một tiệm cận ngang của (C).

B. Đường y = 1 là một tiệm cận ngang của (C).

C. Đường x = - 2 là một tiệm cận đứng của (C).

D. Đường x = 3 là một tiệm cận ngang của (C).

Câu 4: Tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3}{x-2}$ là:

A. x=2, y=0

B. x=0, y=2

C. x=1, y=1

D. x=-2, y=-3

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-12x+27}{x^2-4x+5}$ là:

A. y=1

B. y=5

C. y=3

D. y=10

4. Kết luận

Qua bài học giúp học sinh:

- Nắm được định nghĩa tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Nắm được cách tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Biết cách tính giới hạn của hàm số tại một điểm xác định và tại vô cực.

www.eLib.vn