

BÀI 2: CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC CĂN BẬC HAI

1. Giải bài 6 trang 10 SGK Toán 9 tập 1

Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa

- $\sqrt{\frac{a}{3}}$
- $\sqrt{-5a}$
- $\sqrt{4-a}$
- $\sqrt{3a+7}$

1.1. Phương pháp giải

\sqrt{A} xác định (hay có nghĩa) khi $A \geq 0$

1.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $\sqrt{\frac{a}{3}}$ có nghĩa khi $\frac{a}{3} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0$

Câu b: Ta có: $\sqrt{-5a}$ có nghĩa khi $-5a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq \frac{0}{-5} \Leftrightarrow a \leq 0$

Câu c: Ta có: $\sqrt{4-a}$ có nghĩa khi $4-a \geq 0 \Leftrightarrow -a \geq -4 \Leftrightarrow a \leq 4$

Câu d: Ta có: $\sqrt{3a+7}$ có nghĩa khi $3a+7 \geq 0 \Leftrightarrow 3a \geq -7 \Leftrightarrow a \geq \frac{-7}{3}$

2. Giải bài 7 trang 10 SGK Toán 9 tập 1

Tính

- $\sqrt{(0,1)^2}$
- $\sqrt{(-0,3)^2}$
- $-\sqrt{(-1,3)^2}$
- $-0,4\sqrt{(-0,4)^2}$

2.1. Phương pháp giải

- Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$.
- Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số a : $|a| = a$ nếu $a \geq 0$ và $|a| = -a$ nếu $a < 0$.

2.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $\sqrt{(0,1)^2} = |0,1| = 0,1$

Câu b: Ta có: $\sqrt{(-0,3)^2} = |-0,3| = 0,3$

Câu c: Ta có: $-\sqrt{(-1,3)^2} = -|-1,3| = -1,3$

Câu d: Ta có: $-0,4\sqrt{(-0,4)^2} = -0,4 \cdot |0,4| = -0,4 \cdot 0,4 = -0,16$

3. Giải bài 8 trang 10 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn các biểu thức sau

- $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$
- $\sqrt{(3-\sqrt{11})^2}$
- $2\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$

d) $3\sqrt{(a-2)^2}$ với $a < 2$

3.1. Phương pháp giải

- Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$
- Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số a: Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$. Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$
- Sử dụng định lí so sánh các căn bậc hai số học: Với hai số a, b không âm.
Ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

3.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$ vì $2 > \sqrt{3}$

Câu b: $\sqrt{(3-\sqrt{11})^2} = |3-\sqrt{11}| = \sqrt{11}-3$ vì $\sqrt{11} > 3$

Câu c: $2\sqrt{a^2} = 2|a| = 2a$ (vì a không âm, đưa ra khỏi dấu trị tuyệt đối sẽ không đổi dấu)

Câu d: $3\sqrt{(a-2)^2} = 3|a-2|$

Vì $a < 2 \Rightarrow a-2 < 0 \Rightarrow |a-2| = 2-a$

Vậy: $3\sqrt{(a-2)^2} = 3(2-a) = 6-3a$

4. Giải bài 9 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Tìm x biết

a) $\sqrt{x^2} = 7$

b) $\sqrt{x^2} = |-8|$

c) $\sqrt{4x^2} = 6$

d) $\sqrt{9x^2} = |-12|$

4.1. Phương pháp giải

- Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$
- Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số a: Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$. Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$.

4.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có

$$\sqrt{x^2} = 7 \Leftrightarrow |x| = 7 \Leftrightarrow x = \pm 7$$

Vậy $x = \pm 7$

Câu b: Ta có

$$\sqrt{x^2} = |-8| \Leftrightarrow |x| = 8 \Leftrightarrow x = \pm 8$$

Vậy $x = \pm 8$

Câu c: Ta có

$$\sqrt{4x^2} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(2x)^2} = 6 \Leftrightarrow |2x| = 6 \Leftrightarrow 2x = \pm 6 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Vậy $x = \pm 3$.

Câu d: Ta có

$$\sqrt{9x^2} = |-12| \Leftrightarrow \sqrt{(3x)^2} = 12 \Leftrightarrow |3x| = 12 \Leftrightarrow 3x = \pm 12 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

Vậy $x = \pm 4$

5. Giải bài 10 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Chứng minh

a) $(\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{3}=-1$

5.1 Phương pháp giải

- Sử dụng hằng đẳng thức: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Sử dụng công thức $(\sqrt{a})^2 = a$, với $a \geq 0$
- Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số a: Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$. Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$
- Sử dụng định lí so sánh các căn bậc hai số học: Với hai số a, b không âm
Ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

5.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: VT = $(\sqrt{3}-1)^2 = (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1 + 1^2$

= $3 - 2\sqrt{3} + 1 = (3+1) - 2\sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3} = VP$

Vậy $(\sqrt{3}-1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ (đpcm)

Câu b: Ta có:

VT = $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{3} = \sqrt{(3+1)-2\sqrt{3}}-\sqrt{3}$

= $\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}-\sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3})^2-2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1+1^2}-\sqrt{3}$

= $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}-\sqrt{3} = |\sqrt{3}-1|-\sqrt{3}$

= $\sqrt{3}-1-\sqrt{3} = (\sqrt{3}-\sqrt{3})-1 = -1 = VP$

(do $3 > 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} > \sqrt{1} \Leftrightarrow \sqrt{3} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{3}-1 > 0 \Rightarrow |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$)

6. Giải bài 11 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Tính

a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} + \sqrt{196} : \sqrt{49}$

b) $36 : \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 18} - \sqrt{169}$

c) $\sqrt{\sqrt{81}}$

d) $\sqrt{3^2+4^2}$

6.1. Phương pháp giải

Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số a: Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$. Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$

6.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} + \sqrt{196} : \sqrt{49}$

= $\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{5^2} + \sqrt{14^2} : \sqrt{7^2}$

= $|4| \cdot |5| + |14| : |7|$

= $4 \cdot 5 + 14 : 7 = 20 + 2 = 22$

Câu b: Ta có: $36 : \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 18} - \sqrt{169}$

$$= 36: \sqrt{(2.3^2).18} - \sqrt{13^2} = 36: \sqrt{(2.9).18} - |13|$$

$$= 36: \sqrt{18.18} - 13 = 36: \sqrt{18^2} - 13 = 36: |18| - 13$$

$$= 36: 18 - 13 = 2 - 13 = -11$$

Câu c: Ta có: $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = |9| = 9$

$$\Rightarrow \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = |3| = 3$$

Câu d: Ta có: $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = |5| = 5$

7. Giải bài 12 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Tìm x để mỗi căn thức sau có nghĩa

a) $\sqrt{2x+7}$

b) $\sqrt{-3x+4}$

c) $\sqrt{\frac{1}{-1+x}}$

d) $\sqrt{1+x^2}$

7.1. Phương pháp giải

- \sqrt{A} xác định (hay có nghĩa) khi $A \geq 0$
- Các tính chất của bất đẳng thức
 - $a < b \Leftrightarrow ac < bc$, nếu $c > 0$
 - $a < b \Leftrightarrow ac > bc$, nếu $c < 0$
 - $a < b \Leftrightarrow a+c < b+c$, với mọi c

7.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $\sqrt{2x+7}$ có nghĩa khi và chỉ khi: $2x+7 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq -7 \Leftrightarrow x \geq \frac{-7}{2}$

Câu b: Ta có: $\sqrt{-3x+4}$ có nghĩa khi và chỉ khi: $-3x+4 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -4 \Leftrightarrow x \leq \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3}$

Câu c: Ta có: $\sqrt{\frac{1}{-1+x}}$ có nghĩa khi và chỉ khi: $\frac{1}{-1+x} \geq 0 \Leftrightarrow -1+x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Câu d: Ta có: $x^2 \geq 0$, với mọi số thực x

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 0 + 1 \text{ (Cộng cả 2 vế của bất đẳng thức trên với 1)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 1 \text{ mà } 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 > 0$$

Vậy căn thức trên luôn có nghĩa với mọi số thực x

8. Giải bài 13 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn các biểu thức sau

a) $2\sqrt{a^2} - 5a$ với $a < 0$

b) $\sqrt{9a^4} + 3a^2$

c) $\sqrt{25a^2} + 3a$ với $a \geq 0$

d) $5\sqrt{4a^6} - 3a^3$ với $a < 0$

8.1. Phương pháp giải

- Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

- Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số a: Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$. Nếu $a < 0$ thì

$$|a| = -a$$

8.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $2\sqrt{a^2} - 5a = 2|a| - 5a$

$$= 2 \cdot (-a) - 5a \text{ (vì } a < 0 \text{ nên } |a| = -a)$$

$$= -2a - 5a = (-2-5)a = -7a$$

$$\text{Vậy } 2\sqrt{a^2} - 5a = -7a$$

Câu b: Ta có: $\sqrt{25a^2} + 3a = \sqrt{5^2 \cdot a^2} + 3a$

$$= \sqrt{(5a)^2} + 3a = |5a| + 3a = 5a + 3a = (5+3)a = 8a$$

$$\text{(vì } a \geq 0 \Rightarrow |5a| = 5a)$$

Câu c: Ta có: $\sqrt{9a^4} + 3a^2 = \sqrt{3^2 \cdot (a^2)^2} + 3a^2$

$$= \sqrt{(3a^2)^2} + 3a^2 = |3a^2| + 3a^2$$

$$= 3a^2 + 3a^2 = (3+3)a^2 = 6a^2$$

$$\text{(Vì } a^2 \geq 0 \text{ với mọi } a \in \mathbb{R} \Rightarrow |3a^2| = 3a^2)$$

Câu d: Ta có: $5\sqrt{4a^6} - 3a^3 = 5\sqrt{2^2 \cdot (a^3)^2} - 3a^3$

$$= 5 \cdot \sqrt{(2a^3)^2} - 3a^3 = 5 \cdot |2a^3| - 3a^3$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot (-a^3) - 3a^3 \text{ (vì } a < 0 \text{ nên } |2a^3| = -2a^3)$$

$$= 10 \cdot (-a^3) - 3a^3 = -10a^3 - 3a^3 = (-10-3)a^3 = -13a^3$$

9. Giải bài 14 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Phân tích thành nhân tử

a) $x^2 - 3$

b) $x^2 - 6$

c) $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$

d) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5$

9.1. Phương pháp giải

- Với $(a \geq 0)$ ta luôn có: $a = (\sqrt{a})^2$

- Sử dụng các hằng đẳng thức:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- $a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$

9.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

Câu b: $x^2 - 6 = x^2 - (\sqrt{6})^2 = (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})$

Câu c: $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = x^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot x + (\sqrt{3})^2 = (x + \sqrt{3})^2$

Câu d: $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = x^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot x + (\sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})^2$

10. Giải bài 15 trang 11 SGK Toán 9 tập 1

Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 5 = 0$

b) $x^2 - 2\sqrt{11}x + 11 = 0$

10.1. Phương pháp giải

Sử dụng các hằng đẳng thức

- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$

10.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$

$x - \sqrt{5} = 0$ hoặc $x + \sqrt{5} = 0$

Vậy $x = \pm\sqrt{5}$

Câu b: Ta có

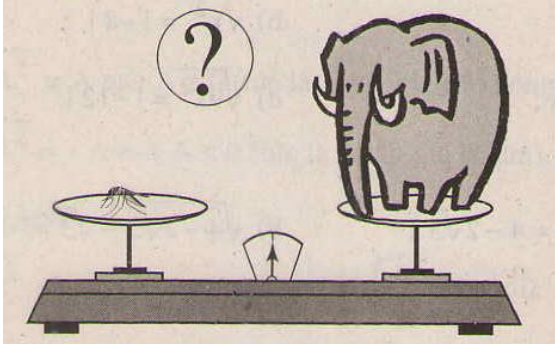
$x^2 - 2\sqrt{11}x + 11 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2.x.\sqrt{11} + (\sqrt{11})^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - \sqrt{11})^2 = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{11} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{11}$

Vậy $S = \{\sqrt{11}\}$

11. Giải bài 16 trang 12 SGK Toán 9 tập 1

Đố. Hãy tìm chỗ sai trong phép chứng minh "Con muỗi nặng bằng con voi" dưới đây.

Giả sử con muỗi nặng m (gam), còn con voi nặng V (gam). Ta có

$$m^2 + V^2 = V^2 + m^2$$

Cộng hai vế với $-2mV$, ta có

$$m^2 - 2mV + V^2 = V^2 - 2mV + m^2,$$

hay $(m - V)^2 = (V - m)^2$

Lấy căn bậc hai mỗi vế của bất đẳng thức trên, ta được:

$$\sqrt{(m - V)^2} = \sqrt{(V - m)^2} \quad (1)$$

Do đó $m - V = V - m$ (2)

Từ đó ta có $2m = 2V$, suy ra $m = V$. Vậy con muỗi nặng bằng con voi (!)**11.1. Phương pháp giải**Sử dụng hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = |A|$ **11.2. Hướng dẫn giải**Áp dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$ thì ta phải có

$$\begin{cases} \sqrt{(m-V)^2} = |m-V| \\ \sqrt{(V-m)^2} = |V-m| \end{cases}$$

Do đó: $\sqrt{(m-V)^2} = \sqrt{(V-m)^2}$

$$\Leftrightarrow |m-V| = |V-m|$$

Vậy bài toán trên sai từ dòng (1) xuống dòng (2) vì khai căn không có dấu giá trị tuyệt đối.
Do đó, con muỗi không thể nặng bằng con voi.