

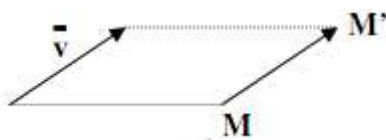
PHÉP TỊNH TIẾN

1. Lý thuyết

1.1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng, cho vectơ $\vec{v} = (a; b)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (a; b)$ là phép biến hình, biến một điểm M thành một điểm M' sao cho $\overline{MM'} = \vec{v}$.

Ký hiệu: $T_{\vec{v}}(M) = M'$ hoặc $T_{\vec{v}} : M \rightarrow M'$



1.2. Các tính chất của phép tịnh tiến

a) Tính chất 1

Định lý 1: Nếu phép tịnh tiến biến hai điểm M, N thành hai điểm M', N' thì $MN = M'N'$.

b) Tính chất 2

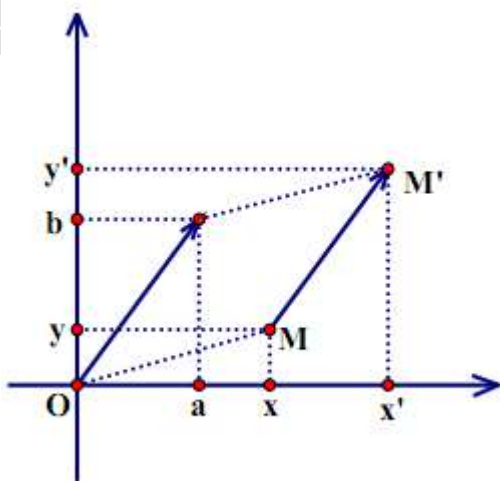
Định lý 2: Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

Hệ quả: Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng, biến một tia thành một tia, biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó, biến một tam giác thành một tam giác bằng nó, biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính, biến một góc thành một góc bằng nó.

1.3. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến

Giả sử cho $\vec{v} = (a; b)$ và một điểm M(x;y).

Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm M thành điểm M' thì M' có tọa độ là:
$$\begin{cases} x' = a + x \\ y' = y + b \end{cases}$$



1.4. Một số dạng bài tập và phương pháp giải

a) Dạng 1

Cho điểm $A(x; y)$. Tìm ảnh $A'(x'; y')$ là ảnh của A qua phép $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (x_0; y_0)$

Phương pháp giải:

$$\text{Ta có: } A' = T_{\vec{v}}(A) \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow (x' - x; y' - y) = (x_0; y_0) \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = x_0 \\ y' - y = y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + x_0 \\ y' = y + y_0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } A'(x + x_0; y + y_0).$$

b) Dạng 2

Cho đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ Tìm ảnh của d qua phép $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (x_0; y_0)$

Phương pháp giải:

Gọi d' là ảnh của d qua phép $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (x_0; y_0)$

Phương pháp giải 1:

Với $M = (x; y) \in d$ ta có $T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \in d'$.

$$\text{Áp dụng biểu thức tọa độ của phép } T_{\vec{v}}: \begin{cases} x' = x + x_0 \\ y' = y + y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - x_0 \\ y = y' - y_0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có } d': a(x' - x_0) + b(y' - y_0) + c = 0 \Leftrightarrow ax' + by' - ax_0 - by_0 + c = 0$$

$$\text{Vậy phương trình của } d' \text{ là: } ax + by - ax_0 - by_0 + c = 0$$

Phương pháp giải 2:

Ta có d và d' song song hoặc trùng nhau, vậy d' có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$.

Ta tìm 1 điểm thuộc d' .

$$\text{Ta có } M\left(0; -\frac{c}{b}\right) \in d, \text{ ảnh } M'(x'; y') \in d', \text{ ta có: } \begin{cases} x' = 0 + x_0 = x_0 \\ y' = -\frac{c}{b} + y_0 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình của } d' \text{ là: } a(x - x_0) + b\left(y + \frac{c}{b} - y_0\right) = 0 \Leftrightarrow ax + by - ax_0 - by_0 + c = 0$$

2. Bài tập minh họa

2.1. Dạng 1

Trong mặt phẳng Oxy, tìm ảnh A', B' của điểm $A(2;3), B(1;1)$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (3;1)$. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } A' = T_{\vec{u}}(A) = (5;4), B' = T_{\vec{u}}(B) = (4;2) \Rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5}, A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{5}.$$

2.2. Dạng 2

Câu 1: Đường thẳng d cắt Ox tại $A(-4;0)$, cắt Oy tại $B(0;5)$. Viết phương trình tham số của d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (5;1)$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d có một VTCP là: $\vec{u}_d = \vec{AB} = (4;5)$

Vì $T_{\vec{v}}(d) = d' \Rightarrow \vec{u}_{d'} = \vec{u}_d = (4;5)$

Gọi $T_{\vec{v}}(A) = A' \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = x_A + 5 = 1 \\ y_{A'} = y_A + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(1;1)$

Vì $A \in d \Rightarrow A' \in d' \Rightarrow d' : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 2: Tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-1;2)$.

Hướng dẫn giải:

Cách 1:

Gọi $M(x; y) \in d, T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \in d'$

$\Rightarrow \begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 2 \end{cases} \Rightarrow M(x' + 1; y' - 2) \in d$

$\Rightarrow x' - 2y' + 8 = 0.$

Vậy phương trình d' là: $x - 2y + 8 = 0.$

Cách 2:

$T_{\vec{v}}(d) = d' \Rightarrow d' // d \Rightarrow d' : x - 2y + c = 0$

Chọn $M(-3;0) \in d \Rightarrow T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x' = -3 - 1 = -4 \\ y' = 0 + 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow M'(-4;2).$

Mà $M' \in d' \Rightarrow -4 - 2 \cdot 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = 8 \Rightarrow d' : x - 2y + 8 = 0.$

Câu 3: Cho đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2;2)$.

Hướng dẫn giải:

Cách 1:

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ bán kính $R=2$.

Ta có: $T_{\vec{v}}(C) = C' \Rightarrow R_{C'} = R = 2$

$T_{\vec{v}}(I) = I' \Rightarrow \begin{cases} x_{I'} = x_I + (-2) = 0 \\ y_{I'} = y_I + 2 = 3 \end{cases} \Rightarrow I'(0;3)$

Vậy phương trình (C') là: $(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 4.$

Cách 2:

$$\text{Gọi: } T_{\vec{v}}(M(x, y) \in (C)) = M'(x'; y') \in (C') \Rightarrow \begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(x' + 1; y' - 2)$$

$$M \in (C) \Rightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 4 \Rightarrow (C'): x^2 + (y - 3)^2 = 4.$$

Câu 4: Cho $d: 2x - 3y + 3 = 0; d_1: 2x - 3y - 5 = 0$.

Tìm tọa độ \vec{w} có phương vuông góc với d để $d_1 = T_{\vec{w}}(d)$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Vì } \vec{w} \text{ có phương vuông góc với } d \text{ nên: } \vec{w} = k \cdot \vec{n}_d = (2k; -3k)$$

$$\text{Chọn } M(0; 1) \in d \Rightarrow T_{\vec{w}}(M) = M' \in d_1 \Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = x_M + x_{\vec{w}} = 2k \\ y_{M'} = y_M + y_{\vec{w}} = -3k + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M'(2k; -3k + 1).$$

$$M' \in d_1 \Rightarrow 2 \cdot (2k) - 3 \cdot (-3k + 1) - 5 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{8}{13} \Rightarrow \vec{w} = \left(\frac{16}{13}; -\frac{24}{13} \right).$$

3. Luyện tập

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, tìm ảnh A' , B' của điểm $A(3; -2)$, $B(-1; 1)$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (2; 3)$. Tính độ dài các vector \overline{AB} , $\overline{A'B'}$.

Câu 2: Đường thẳng d cắt Ox tại $A(3; 0)$, cắt Oy tại $B(0; -4)$. Viết phương trình tham số của d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 4)$.

Câu 3: Tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-2; 3)$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; -1)$.

Câu 5: Cho $\Delta: 3x + y - 1 = 0; \Delta_1: 3x + y - 3 = 0$.

Tìm tọa độ \vec{w} có phương vuông góc với d để $d_1 = T_{\vec{w}}(d)$.

3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Cho đường thẳng d có vector chỉ phương không cùng phương với vector \vec{u} . Phép tịnh tiến theo vector \vec{u} , biến đường thẳng d thành d' . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d song song với d'
- B. d trùng với d'
- C. d cắt d'
- D. d' có vector chỉ phương là \vec{u}

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{v} = (2; -1)$ và điểm $M(-3; 2)$. Ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vector \vec{v} là điểm có tọa độ nào trong các tọa độ sau đây?

- A. (5;3) B. (1;1) C. (-1;1) D. (1;-1)

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $3x + y + 1 = 0$. Viết phương trình d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;1)$.

- A. $3x + y - 2 = 0$ B. $3x + y - 6 = 0$ C. $x + 3y - 2 = 0$ D. $x + 3y - 6 = 0$

Câu 4: Tìm phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của (C): $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;1)$.

- A. $x^2 + (y-1)^2 = 4$ B. $x^2 + (y+1)^2 = 4$ C. $x^2 + (y-2)^2 = 4$ D. $x^2 + (y+2)^2 = 4$

Câu 5: Hãy tìm vectơ $\vec{v} = (a;b)$ sao cho khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x) = x^3 + 3x + 1$ theo \vec{v} ta nhận được đồ thị hàm số $y = g(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$.

- A. $\vec{v} = (1;-2)$ B. $\vec{v} = (-1;2)$ C. $\vec{v} = (1;2)$ D. $\vec{v} = (-1;-2)$

Câu 6: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Phép tịnh tiến theo vectơ v biến M thành M' thì $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$
 B. Phép tịnh tiến là phép đồng nhất khi vectơ tịnh tiến là $O \rightarrow$
 C. Phép tịnh tiến theo vectơ v biến M thành M' và N thành N' thì tứ giác MNM'N' là hình bình hành
 D. Phép tịnh tiến theo vectơ v biến đường tròn (O;R) thành đường tròn (O';R)

Câu 7: Cho tam giác ABC có trọng tâm G, Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Mệnh đề nào sau đây là sai.

- A. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}(F) = E$ B. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{DE}}(B) = F$ C. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{DG}}(A) = G$ D. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}}(D) = G$

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo $v \rightarrow (1;2)$ biến điểm M (-1; 4) thành điểm M' có tọa độ là:

- A. M'(0;6) B. M'(6;0) C. M'(0;0) D. M'(6; 6)

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm M(-10;1) và điểm M'(3;8). Phép tịnh tiến theo vectơ $v \rightarrow$ biến M thành M', thì tọa độ vectơ $v \rightarrow$ là:

- A. $\vec{v} = (-13;7)$ B. $\vec{v} = (24;-7)$ C. $\vec{v} = (13;7)$ D. $\vec{v} = (-3;-7)$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $v \rightarrow (1;1)$ biến điểm A(0;2) thành A' và biến điểm B(-2;1) thành B', khi đó:

- A. $A'B' = \sqrt{5}$ B. $A'B' = \sqrt{10}$ C. $A'B' = \sqrt{11}$ D. $A'B' = \sqrt{12}$

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;0)$ biến đường thẳng d: $x - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình:

- A. $x - 1 = 0$ B. $x - 2 = 0$ C. $x - y - 2 = 0$ D. $y - 2 = 0$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3;1)$ biến đường thẳng d: $12x - 36 + 101 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình:

- A. $12x - 36 - 101 = 0$ B. $12x + 36 + 101 = 0$

C. $12x + 36 - 101 = 0$

D. $12x - 36 + 101 = 0.$

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2; -1)$ biến thành parabol (P): $y = x^2$ thành parabol (P') có phương trình:

A. $y = x^2 + 4x - 5$

B. $y = x^2 + 4x + 4$

C. $y = x^2 + 4x + 3$

D. $y = x^2 - 4x + 5$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-3; -3)$ biến đường tròn có phương trình (C): $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ thành đường tròn (C') có phương trình:

A. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 1$

B. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 1$

C. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$

D. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Câu 15: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} \rightarrow (0; 0)$ biến điểm A(0;2) thành điểm A' có tọa độ:

A. A'(1;1)

B. A'(1;2)

C. A'(1;3)

D. A'(0;2)

4. Kết luận

Bài học giới thiệu đến các em khái niệm, tính chất, biểu thức tọa độ và các dạng toán của Phép tịnh tiến. Thông qua các ví dụ minh họa các em sẽ nắm được các phương pháp giải bài tập. Để học tốt hơn, các em cần ôn lại khái niệm vectơ đã học ở Hình học 10.