

BÀI 1: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giải bài 1 trang 17 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

Hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$

- a) Nhận giá trị bằng 0
- b) Nhận giá trị bằng 1
- c) Nhận giá trị dương
- d) Nhận giá trị âm.

1.1. Hướng dẫn giải

Câu a: $\tan x = 0$ tại $x = -\pi; x = 0; x = \pi$

Câu b: $\tan x = 1$ tại $x = -\frac{3\pi}{4}; x = \frac{\pi}{4}; x = \frac{5\pi}{4}$

Câu c: $\tan x > 0$ khi $x \in (-\pi; -\frac{\pi}{2}) \cup (0; \frac{\pi}{2}) \cup (\pi; \frac{3\pi}{2})$

Câu d: $\tan x < 0$ khi $x \in (-\frac{\pi}{2}; 0); (\frac{\pi}{2}; \pi)$

2. Giải bài 2 trang 17 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$

b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$

c) $y = \tan(x - \frac{\pi}{3})$

d) $y = \cot(x + \frac{\pi}{6})$

2.1. Phương pháp giải

a) Hàm số có dạng $y = \frac{A}{B}$ xác định khi và chỉ khi $B \neq 0$

b) Hàm số có dạng $y = \sqrt{\frac{A}{B}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{A}{B} \geq 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$

c) Hàm số $y = \tan x$ xác định khi và chỉ khi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

d) Hàm số $y = \cot x$ xác định khi và chỉ khi $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

2.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Hàm số $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu b: Hàm số $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$ xác định khi: $\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \geq 0$

Ta thấy $\cos x \geq -1 \Rightarrow 1 + \cos x \geq 0$

$\cos x \leq 1 \Rightarrow 1 - \cos x \geq 0$

Do đó $\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \geq 0$ với mọi x thỏa mãn $1 - \cos x \neq 0$

$$\Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu c: Hàm số xác định khi $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu d: Hàm số xác định khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \neq 0$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

3. Giải bài 3 trang 17 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$, hãy vẽ đồ thị của hàm số $y = |\sin x|$

3.1. Phương pháp giải

Phương pháp vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $(y = f(x))$.
- Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành của hàm số $(y = f(x))$ qua trục Ox .
- Bước 3: Xóa đi phần đồ thị phía dưới trục hoành của hàm số $(y = f(x))$.

3.2. Hướng dẫn giải

Ta có

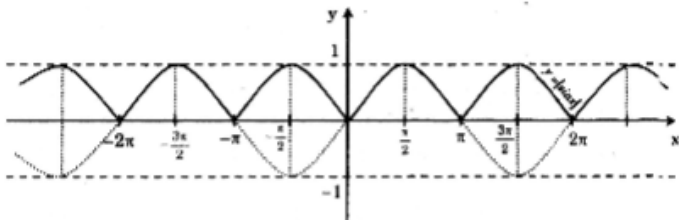
$$|\sin x| = \begin{cases} \sin x, & \sin x \geq 0 \\ -\sin x, & \sin x \leq 0 \end{cases}$$

Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$

Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành của hàm số $y = \sin x$ qua trục Ox .

Bước 3: Xóa đi phần đồ thị phía dưới trục hoành của hàm số $y = \sin x$

Khi đó ta được đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ như sau



4. Giải bài 4 trang 17 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

Chứng minh rằng $\sin 2(x + k\pi) = \sin 2x$ với mọi số nguyên k . Từ đó vẽ đồ thị hàm số $y = \sin 2x$

4.1. Phương pháp giải

Để vẽ được đồ thị hàm số lượng giác ta cần tìm được chu kỳ tuần hoàn của hàm số:

$$y = \sin(ax + b), y = \cos(ax + b) \text{ với } a \neq 0 \text{ cho chu kỳ } T = \frac{2\pi}{|a|}$$

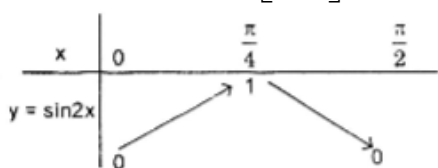
4.2. Hướng dẫn giải

Ta có $\sin 2(x+k\pi) = \sin(2x+2k\pi) = \sin 2x, k \in \mathbb{Z}$

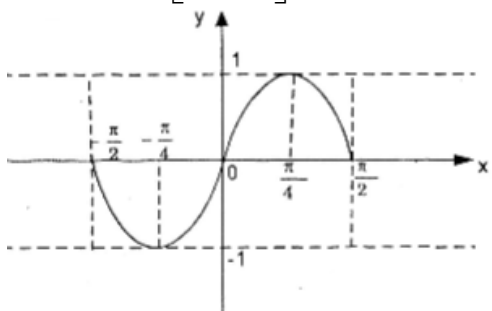
Từ đó suy ra hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn chu kì π , mặt khác $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ, do đó ta vẽ đồ thị hàm số $y = \sin 2x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, rồi lấy đối xứng qua O ta có đồ thị

trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ rồi sử dụng phép tịnh tiến $(\vec{v} = (\pi; 0))$ và $-\vec{v} = (-\pi; 0)$ ta được đồ thị hàm số $y = \sin 2x$.

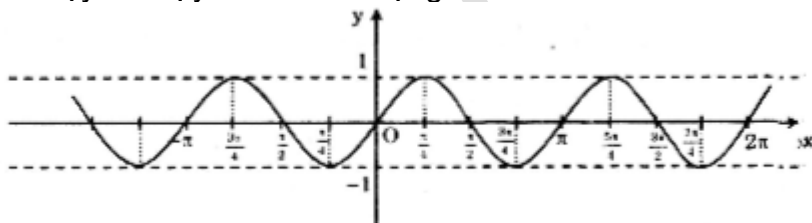
Xét $y = \sin 2x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ta có bảng biến thiên:



suy ra trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, $y = \sin 2x$ có đồ thị dạng:



Do vậy đồ thị $y = \sin 2x$ có dạng

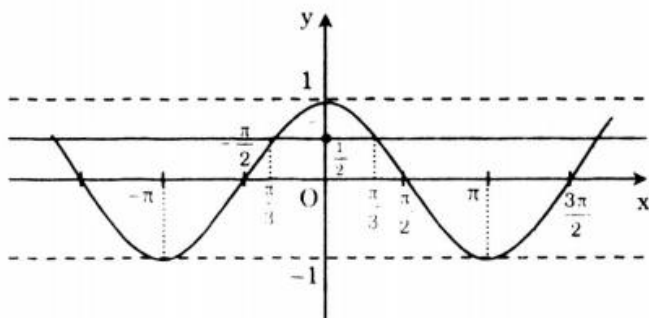


5. Giải bài 5 trang 18 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, tìm các giá trị của x để $\cos x = \frac{1}{2}$

5.1. Hướng dẫn giải

Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.



Để $\cos x = \frac{1}{2}$ thì đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị $y = \cos x$. Dựa vào đồ thị suy

ra $\cos x = \frac{1}{2}$ khi $x \in \left\{ \dots; -\frac{7\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \dots \right\}$ hay $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

6. Giải bài 6 trang 18 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

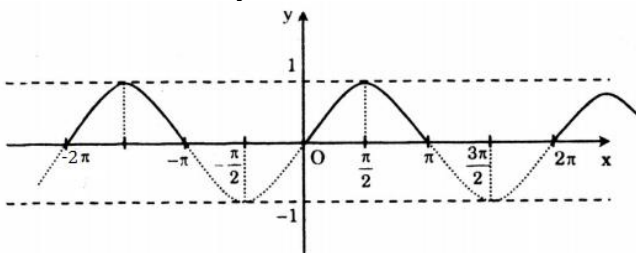
Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị dương

6.1. Phương pháp giải

Tìm các khoảng chứa các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ và nằm phía trên trục hoành trong $[-\pi; \pi]$ và dựa vào chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$ suy ra tất cả các khoảng chứa các điểm thuộc đồ thị hàm số và nằm phía trên trục hoành.

6.2. Hướng dẫn giải

Vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$.



Dựa vào đồ thị, suy ra $y = \sin x$ nhận giá trị dương

khi: $x \in \{ \dots; (-2\pi; -\pi); (0; \pi); (2\pi; 3\pi); \dots \}$ hay $x \in \{ k2\pi; \pi + k2\pi \}$ với $k \in \mathbb{Z}$

7. Giải bài 7 trang 18 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

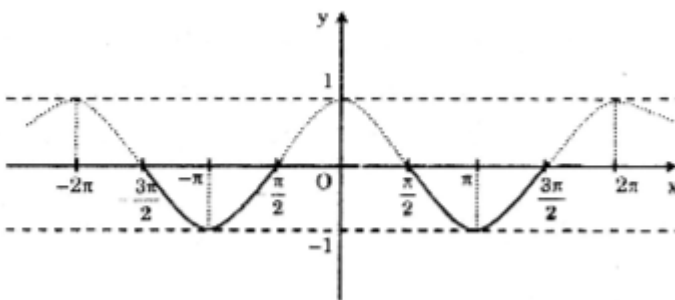
Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị âm

7.1. Phương pháp giải

Tìm các khoảng chứa các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \cos x$ và nằm phía dưới trục hoành trong $[0; 2\pi]$ và dựa vào chu kỳ tuần hoàn của đồ thị hàm số $y = \cos x$ suy ra tất cả các khoảng chứa các điểm thuộc đồ thị hàm số và nằm phía dưới trục hoành.

7.2. Hướng dẫn giải

Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$.



Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra $y = \cos x$ nhận giá trị âm khi

$x \in \left\{ \dots; \left(-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right); \left(-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right); \left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right); \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right); \dots \right\}$

hay $x \in \left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi \right), k \in \mathbb{Z}$

8. Giải bài 8 trang 18 SGK Toán Đại số & Giải tích 11

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

a) $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$

b) $y = 3 - 2\sin x$

8.1. Phương pháp giải

Sử dụng tập giá trị của hàm sin và cos: $-1 \leq \sin x \leq 1; -1 \leq \cos x \leq 1$

8.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có $\cos x \leq 1 \forall x$

$$\Rightarrow 2\sqrt{\cos x} + 1 \leq 2\sqrt{1} + 1 = 3$$

$\Rightarrow \max y = 3$ khi $\cos x = 1$ hay khi $x = k\pi$

Câu b: Ta có $\sin x \geq -1 \forall x \Rightarrow 3 - 2\sin x \leq 3 + 2 \cdot 1 = 5$

Vậy $\max y = 5$ khi $\sin x = -1$ hay $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

www.eLib.vn