

BÀI 3: LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

1. Giải bài 17 trang 14 SGK Toán 9 tập 1

Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính

- $\sqrt{0,09.64}$
- $\sqrt{2^4.(-7)^2}$
- $\sqrt{12,1.360}$
- $\sqrt{2^3.3^4}$

1.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức

- $\sqrt{a^2} = |a|$
 - Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$
 - Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$
- $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- $(a^n)^m = a^{m.n}$, với $m, n \in \mathbb{Z}$

1.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $\sqrt{0,09.64} = \sqrt{(0,3)^2.8^2} = \sqrt{(0,3)^2}.\sqrt{8^2} = 0,3.8 = 2,4$

Câu b: $\sqrt{2^4.(-7)^2} = \sqrt{4^2}.\sqrt{(-7)^2} = 4.7 = 28$

Câu c: $\sqrt{12,1.360} = \sqrt{121.36} = \sqrt{11^2.6^2} = \sqrt{11^2}.\sqrt{6^2} = 11.6 = 66$

Câu d: $\sqrt{2^3.3^4} = \sqrt{2.2^2.(3^2)^2} = \sqrt{2}.\sqrt{2^2}.\sqrt{9^2} = \sqrt{2}.9.2 = 18\sqrt{2}$

2. Giải bài 18 trang 14 SGK Toán 9 tập 1

Áp dụng quy tắc nhân các căn bậc hai, hãy tính

- $\sqrt{7}.\sqrt{63}$
- $\sqrt{2,5}.\sqrt{30}.\sqrt{48}$
- $\sqrt{0,4}.\sqrt{6,4}$
- $\sqrt{2,7}.\sqrt{5}.\sqrt{1,5}$

2.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức

- $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$, với $a, b \geq 0$
- Với mọi số $a \geq 0$, luôn có $\sqrt{a^2} = a$
- Với mọi a, b, c ta có: $a.b.c = (a.b).c = a.(b.c) = b.(a.c)$

2.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $\sqrt{7}.\sqrt{63} = \sqrt{7.63} = \sqrt{7.7.9} = \sqrt{7^2.3^2} = 7.3 = 21$

Câu b: $\sqrt{2,5}.\sqrt{30}.\sqrt{48} = \sqrt{2,5.30.48} = \sqrt{25.3.16.3} = \sqrt{5^2.3^2.4^2} = 5.3.5 = 60$

Câu c: $\sqrt{0,4}.\sqrt{6,4} = \sqrt{0,4.6,4} = \sqrt{0,04.64} = \sqrt{(0,2)^2.8^2} = 8.0,2 = 1,6$

Câu d: $\sqrt{2,7}.\sqrt{5}.\sqrt{1,5} = \sqrt{2,7.5.1,5} = \sqrt{27.5.0,15} = \sqrt{9.3.3.0,25} = 9.0,5 = 4,5$

3. Giải bài 19 trang 15 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn các biểu thức sau

- $\sqrt{0,36a^2}$ với $a < 0$

- b) $\sqrt{a^4(3-a)^2}$ với $a \geq 3$
 c) $\sqrt{27.48(1-a)^2}$ với $a > 1$
 d) $\frac{1}{a-b} \cdot \sqrt{a^4 \cdot (a-b)^2}$ với $a > b$

3.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức

- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = a$, nếu $a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = -a$, nếu $a < 0$

3.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $\sqrt{0,36a^2} = \sqrt{(0,6)^2 \cdot a^2} = 0,6|a|$

Vì $a < 0$ nên $|a| = -a$

Vậy $\sqrt{0,36a^2} = -0,6a$

Câu b: $\sqrt{a^4(3-a)^2} = a^2|3-a|$

Vì $a \geq 3$ nên $|3-a| = a-3$

Vậy $\sqrt{a^4(3-a)^2} = a^2(a-3)$

Câu c: $\sqrt{27.48(1-a)^2} = \sqrt{3^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4^2 \cdot (1-a)^2} = 9 \cdot 4 \cdot |1-a| = 36 \cdot |1-a|$

Vì $a > 1$ nên $|1-a| = a-1$

Vậy $\sqrt{27.48(1-a)^2} = 36(a-1)$

Câu d: Do $a > b$ nên $a-b > 0$

$$\frac{1}{a-b} \sqrt{a^4 \cdot (a-b)^2} = \frac{a^2 \cdot |a-b|}{a-b} = \frac{a^2 \cdot (a-b)}{a-b} = a^2$$

4. Giải bài 20 trang 15 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn các biểu thức sau

- a) $\sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3a}{8}}$ với $a \geq 0$
 b) $\sqrt{13a} \cdot \sqrt{\frac{52}{a}}$ với $a > 0$
 c) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{45a} - 3a$ với $a \geq 0$
 d) $(3-a)^2 - \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{180a^2}$

4.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức sau

- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, với $a, b \geq 0$
- Với mọi số $a \geq 0$, luôn có $\sqrt{a^2} = a$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

4.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $\sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3a}{8}} = \sqrt{\frac{2a \cdot 3a}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}$ (vì $a \geq 0$)

Câu b: $\sqrt{13a} \cdot \sqrt{\frac{52}{a}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 52a}{a}} = \sqrt{13 \cdot 13 \cdot 4} = 13 \cdot 2 = 26$ (vì $a > 0$)

Câu c: Do $a \geq 0$ nên bài toán luôn được xác định có nghĩa.

$$\sqrt{5a} \cdot \sqrt{45a} - 3a = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot a^2} - 3a = 15a - 3a = 12a$$

Câu d: $(3-a)^2 - \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{180a^2}$

$$= (3-a)^2 - \sqrt{2 \cdot 18 \cdot a^2} = (3-a)^2 - 6|a| = a^2 - 6a - |6a| + 9$$

TH1: $a \geq 0 \Rightarrow |a| = a \Rightarrow (3-a)^2 - \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{180a^2} = a^2 - 12a + 9$

TH2: $a < 0 \Rightarrow |a| = -a \Rightarrow (3-a)^2 - \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{180a^2} = a^2 + 9$

5. Giải bài 21 trang 15 SGK Toán 9 tập 1

Khai phương tích $12 \cdot 30 \cdot 40$ được

- (A) 1200
(B) 120
(C) 12
(D) 240

Hãy chọn kết quả đúng

5.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức sau

- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- Nếu $a \geq 0$ thì $\sqrt{a^2} = a$
Nếu $a < 0$ thì $\sqrt{a^2} = -a$
- Với mọi a, b, c ta có: $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = b \cdot (a \cdot c)$

5.2. Hướng dẫn giải

Ta có: $\sqrt{12 \cdot 30 \cdot 40} = \sqrt{(3 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 10) \cdot (4 \cdot 10)}$

$$= \sqrt{(3 \cdot 3) \cdot (4 \cdot 4) \cdot (10 \cdot 10)}$$

$$= \sqrt{3^2 \cdot 4^2 \cdot 10^2}$$

$$= \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{10^2}$$

$$= 3 \cdot 4 \cdot 10 = 120$$

Vậy đáp án đúng là **(B)**. 120

6. Giải bài 22 trang 15 SGK Toán 9 tập 1

Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi tính:

a) $\sqrt{13^2 - 12^2}$

b) $\sqrt{17^2 - 8^2}$

c) $\sqrt{117^2 - 108^2}$

d) $\sqrt{313^2 - 312^2}$

6.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức sau

- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$

Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$.

6.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13+12)(13-12)} = \sqrt{25} = 5$

Câu b: $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17+8)(17-8)} = \sqrt{25 \cdot 9} = 5 \cdot 3 = 15$

Câu c: $\sqrt{117^2 - 108^2} = \sqrt{(117-108)(117+108)} = \sqrt{9 \cdot 225} = 3 \cdot 15 = 45$

Câu d: $\sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{(313-312)(313+312)} = \sqrt{625} = 25$

7. Giải bài 23 trang 15 SGK Toán 9 tập 1

Chứng minh

a) $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$

b) $(\sqrt{2006} - \sqrt{2005})$ và $(\sqrt{2006} + \sqrt{2005})$ là hai số nghịch đảo của nhau

7.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức sau

- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(\sqrt{a})^2 = a$, với $a \geq 0$
- Muốn chứng minh hai số là nghịch đảo của nhau ta chứng minh tích của chúng bằng 1.

7.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

Câu b: Ta tìm tích của hai số $(\sqrt{2006} - \sqrt{2005})$ và $(\sqrt{2006} + \sqrt{2005})$

Ta có: $(\sqrt{2006} + \sqrt{2005})(\sqrt{2006} - \sqrt{2005}) = (\sqrt{2006})^2 - (\sqrt{2005})^2$
 $= 2006 - 2005 = 1$

Vậy hai số trên là nghịch đảo của nhau

8. Giải bài 24 trang 15 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn và tìm giá trị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 3) của các căn thức sau

a) $\sqrt{4(1+6x+9x^2)^2}$ tại $x = -\sqrt{2}$

b) $\sqrt{9a^2(b^2+4-4b)}$ tại $a = -2, b = -\sqrt{3}$

8.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức sau

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- Nếu $a \geq 0$ thì $|a| = a$
 Nếu $a < 0$ thì $|a| = -a$
- $a^m \cdot b^m = (ab)^m$, với $m, n \in \mathbb{Z}$

8.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Vì $x = -\sqrt{2}$ nên có giá trị âm. Vậy $|x| = -x$

$\sqrt{4(1+6x+9x^2)^2} = 2\sqrt{(3x+1)^4} = 2 \cdot (3x+1)^2 = 18x^2 + 12x + 2$

Thế $x = -\sqrt{2}$ vào biểu thức, ta được

$$= 18.(\sqrt{-2}^2) - 12.\sqrt{2} + 2 \approx 21,029$$

Câu b: Vì $a = -2, b = -\sqrt{3}$ có giá trị âm nên $|a| = -a; |b| = -b$

$$\sqrt{9a^2(b^2 + 4 - 4b)} = 3|a||b - 2|$$

Thế $a = -2, b = -\sqrt{3}$ vào biểu thức, ta được

$$= 3| -2 | \cdot | -\sqrt{3} - 2 | \approx 22,392$$

9. Giải bài 25 trang 16 SGK Toán 9 tập 1

Tìm x biết

a) $\sqrt{16x} = 8$

b) $\sqrt{4x} = \sqrt{5}$

c) $\sqrt{9(x-1)} = 21$

d) $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$

9.1. Phương pháp giải

- Đặt điều kiện để biểu thức có nghĩa: \sqrt{A} có nghĩa khi và chỉ khi $A \geq 0$

- Bình phương hai vế rồi giải bài toán tìm x.

- Ta sử dụng các cách làm sau

- $\sqrt{A} = B (B \geq 0) \Leftrightarrow A = B^2$
- $\sqrt{A} = \sqrt{B} (A \geq 0; B \geq 0) \Leftrightarrow A = B$

9.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Điều kiện: $x \geq 0$

$$\text{Khi đó: } \sqrt{16x} = 8 \Leftrightarrow 16x = 64 \Leftrightarrow x = \frac{64}{16} = 4$$

Câu b: Điều kiện: $x \geq 0$

$$\text{Khi đó: } \sqrt{4x} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$$

Câu c: Điều kiện: $x \geq 1$

$$\text{Khi đó: } \sqrt{9(x-1)} = 21 \Leftrightarrow 9(x-1) = 441 \Leftrightarrow x-1 = \frac{441}{9} = 49 \Leftrightarrow x = 50$$

Câu d: Vì $(1-x)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bài toán không cần điều kiện.

$$\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0 \Leftrightarrow 4(1-x)^2 = 36 \Leftrightarrow (1-x)^2 = 9$$

$$1-x = 3 \text{ hoặc } 1-x = -3$$

$$\text{Vậy } x = -2 \text{ hoặc } x = 4$$

10. Giải bài 26 trang 16 SGK Toán 9 tập 1

a) So sánh $\sqrt{25+9}$ và $\sqrt{25} + \sqrt{9}$

b) Với $a > 0$ và $b > 0$, chứng minh $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

10.1. Phương pháp giải

- Sử dụng định lý so sánh hai căn bậc hai: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- Sử dụng các công thức: với $a, b \geq 0$, ta có: $(\sqrt{a})^2 = a$

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = \sqrt{ab}^2$$

10.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $\sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

$$\sqrt{25} + \sqrt{9} = 5 + 3 = 8 = \sqrt{64}$$

Vậy: $\sqrt{25+9} < \sqrt{25} + \sqrt{9}$

Câu b: Với $a > 0, b > 0$

Ta có: $(\sqrt{a+b})^2 = a+b$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2$$

$$= a + 2\sqrt{ab} + b$$

$$= (a+b) + 2\sqrt{ab}$$

Vì $a > 0, b > 0$ nên $\sqrt{ab} > 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{ab} > 0$

$$\Leftrightarrow (a+b) + 2\sqrt{ab} > a+b$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b} \text{ (đpcm)}$$

11. Giải bài 27 trang 16 SGK Toán 9 tập 1

So sánh

a) 4 và $2\sqrt{3}$

b) $-\sqrt{5}$ và -2

11.1. Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức sau: $(\sqrt{a})^2 = a$, với $a \geq 0$
- Sử dụng định lí so sánh hai căn bậc hai số học: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$
- Sử dụng tính chất của bất đẳng thức: $a < b \Leftrightarrow a.c > b.c$, với $c < 0$.

11.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Ta có: $4 = \sqrt{16}$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$$

Nên: $16 > 12 \Leftrightarrow \sqrt{16} > \sqrt{12}$

Vậy: $4 > 2\sqrt{3}$

Câu b: Số càng lớn khi biểu thức trong căn càng lớn. Nhưng đối với số âm: số âm càng bé khi giá trị tuyệt đối càng lớn

$$2 = \sqrt{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} > \sqrt{4} \Rightarrow -\sqrt{5} < -\sqrt{4}$$

Vậy $-\sqrt{5} < -2$